Translation of ***LFHC: Four-telling Quadrilaterals*** : **Swati Sircar** & **Sneha Titus** From Azim Premji University At Right Angles_July, 2018

चतुर चतुर्भुज

स्वाती सरकार व स्नेहा टाइटस

मुख्य शब्द : *चतुर्भुज, भुजा की लम्बाई, कोण, समद्विबाहु, समलम्ब, चक्रीय, बड़ा खण्ड, लघु खण्ड।*

गणितीय खोजबीन विद्यार्थियों के लिए अपनी तर्कशक्ति और गणितीय गहनता को व्यवस्थित रूप से और सहज व हल्के-फुल्के ढंग से विकसित करने का एक रोमांचक तरीक़ा है। लेकिन इस उद्देश्य की पूर्ति के लिए खोजबीन के लिए तैयार करना हमेशा आसान नहीं होता। साथ ही, शिक्षक को इस कार्य को कुछ ऐसे आगे बढ़ाने की ज़रूरत होती है कि विद्यार्थी अपनी खोजबीन की ज़िम्मेदारी ख़ुद ले और अपने कौशल को स्वाभाविक रूप से विकसित कर सके।

खोजबीन दैनिक गणित कार्य का स्वाभाविक हिस्सा बनकर विद्यार्थियों को कुछ ऐसे मदद करती है :

- सवालों को गहराई से टटोलने में
- उन्हें मिले कुछ सवालों को एक-से अधिक तरीक़े से हल करने के रास्ते खोजने में
- गणितीय तरीक़े से तर्क करने और सवाल छुड़ाने की रणनीति विकसित करने में
- गणितीय सोच और तर्कशक्ति को जाँचने और समझाने में
- अपने विचार, 'स्पष्ट और संक्षिप्त' संकेतों के साथ, मौखिक व लिखित रूप से व्यक्त करने में
- अपनी सोच को मॉडल, रेखाचित्रों और ग्राफ़ के ज़रिए प्रस्तुत करने में
- गणितीय विचारों के बीच सम्बन्ध स्थापित करने में
- अपने विचार दूसरों के लिए सिद्ध कर पाने में
- संगणकीय कौशल – किफ़ायत, सटीकता व लचीलापन – विकसित करने में
- तरह-तरह के औज़ारों में से और उपयुक्त टेक्नोलॉजी का चुनाव करने में
- विविध समूहों में – पूरी कक्षा के साथ, व्यक्तिगत रूप से, जोड़ों में और छोटी टोलियों में काम करने में

स्रोत : http://www.canalwinchesterschools.org/WTIMP.aspx

निस्सन्देह ये लक्ष्य महत्त्वपूर्ण हैं। यहाँ चतुर्भुजों के प्रकारों पर एक खोजबीन प्रस्तुत है। यह कुछ सरल व्यावहारिक गतिविधियों और जाँच-परिणामों के दस्तावेज़ीकरण से शुरू होकर समद्विबाहु समलम्बों **(isosceles trapeziums)** को लेकर कुछ अटकलों और अन्ततः प्रमाण तक पहुँचती है। कई बिन्दुओं पर, कुछ सम्भावित खोजबीन प्रश्न हैं। विद्यार्थी इनमें सीधे चलने की बजाय थोड़ा इधर-उधर जा सकते हैं। अलबत्ता, इस भटकाव से बचाने के लिए हमने इन्हें ***IQ#** से अंकित किया है। इन सुझावों के आधार पर, इच्छुक शिक्षक या विद्यार्थी कई नई खोजबीन डिज़ाइन कर सकते हैं।

भाग एक : चतुर्भुजों का वर्गीकरण

जिस प्रकार एक त्रिभुज नियम होता है, जिसके अनुसार एक त्रिभुज की किसी भी एक भुजा की लम्बाई बाक़ी दो भुजाओं की लम्बाई के अन्तर से अधिक और उनके योग से कम होती है, उसी प्रकार हमारे पास एक चतुर्भुज नियम है। इसके अनुसार, चतुर्भुज की किसी भी एक भुजा की माप बाक़ी तीन भुजाओं की मापों के योग से कम होती है।

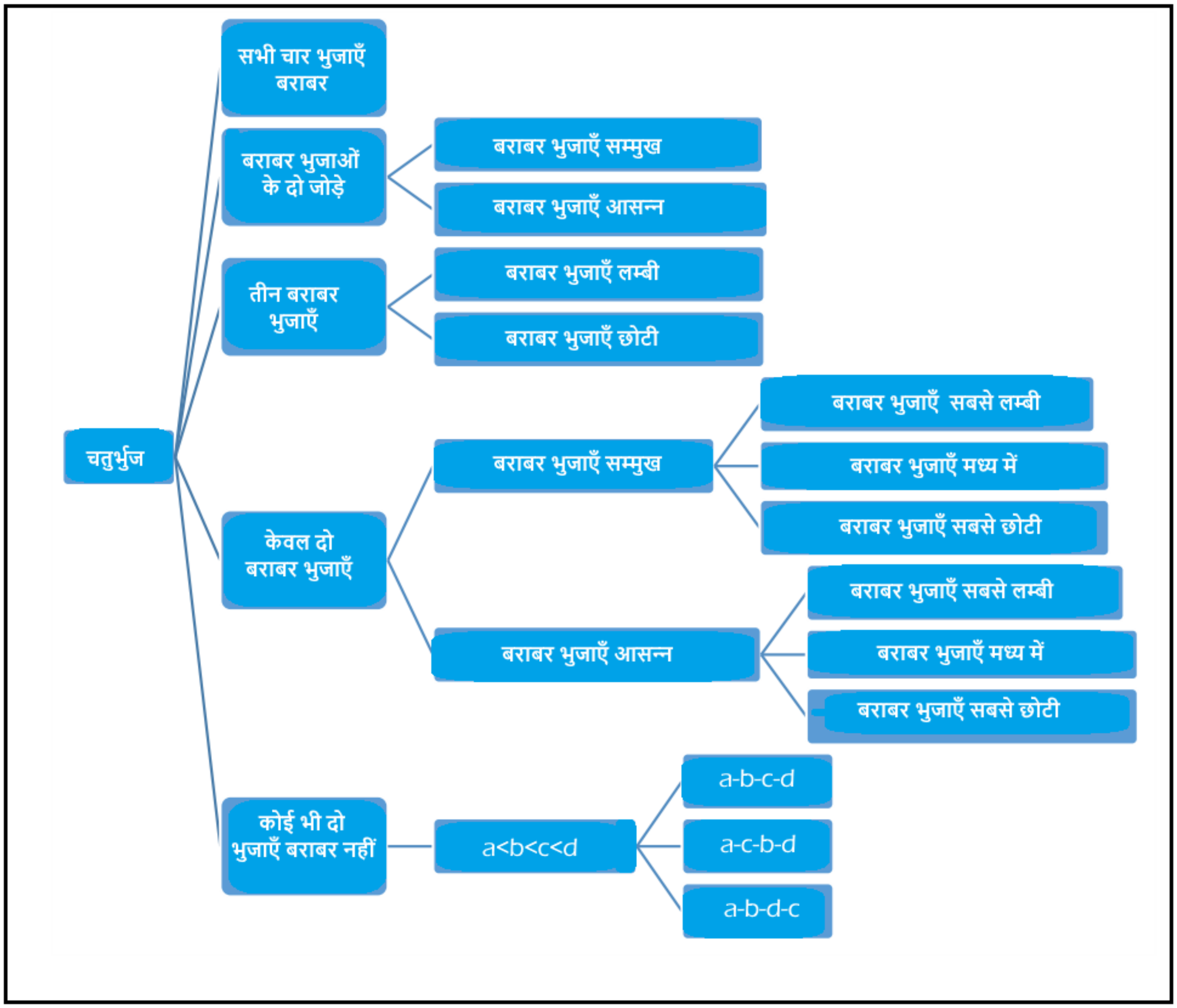
1. **इस नियम को ध्यान में रखते हुए**, **आप कितने प्रकार के चतुर्भुज बना सकते हैं**
    - **अ**. माचिस की **4** तीलियों से
    - **ब**. माचिस की **8** तीलियों से
    - **स.** माचिस की **12** तीलियों से
    - **द.** माचिस की **16** तीलियों से

अपने नतीजे एक तालिका में निम्नानुसार दर्ज कीजिए (कुछ नतीजे दिए गए हैं, पर विद्यार्थियों के लिए, इस गतिविधि में उनकी दक्षता के अनुसार, कुछ परिणाम दिए जा सकते हैं)।

*IQ1 : भले ही हमने केवल व्यावहारिक रूप से सम्भव चतुर्भुज प्रस्तुत किए हैं, पर इनकी सम्पूर्ण श्रेणी की खोजबीन करना उपयुक्त हो सकता है; अर्थात् 4, 8, 12 या 16 का योग देने वाली भुजाओं की सभी सम्भव मापों की तहक़ीक़ात; और उन संयोजनों को चुना जाए जो चतुर्भुजों की भुजाओं को दर्शाते हों। विद्यार्थियों को अपनी तर्क प्रक्रिया लिखने और साझा करने के लिए प्रोत्साहित करें।

माचिस की तीलियों की संख्या	**भुजाओं की संयोजनाएँ**	**सम्भावित चतुर्भुज**
4 तीलियाँ	**1-1-1-1**	समचतुर्भुज
8 तीलियाँ (जाँचिए, **1-2-4-1** क्यों सम्भव नहीं है)	**2-2-2-2**	समचतुर्भुज
	1-3-1-3	समान्तर चतुर्भुज
	1-1-3-3	पतंग व शंकु
12 तीलियाँ	**3-3-3-3**	
		समान्तर चतुर्भुज
	2-2-4-4	
	2-2-3-5	समद्विबाहु समलम्ब व सामान्य चतुर्भुज
		बराबर आसन्न भुजाओं के एक युग्म वाले सामान्य चतुर्भुज
		चार असमान भुजाओं वाले सामान्य चतुर्भुज
16 तीलियाँ		
	⋮	⋮

2. **पैटर्न का सामान्यीकरण करने की कोशिश करें और उसे एक वृक्ष-रेखाचित्र में निम्नानुसार दर्शाएँ** :



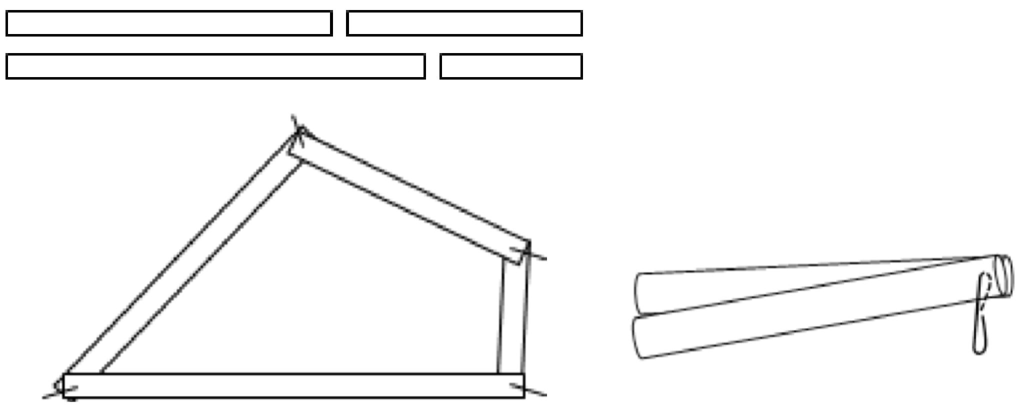
*IQ2 : इस वृक्ष-रेखाचित्र की हर शाखा का इस्तेमाल कर कई खोजी प्रश्न डिज़ाइन किए जा सकते हैं। जो विद्यार्थी विभिन्न प्रकार के चतुर्भुजों की बुनियादी परिभाषा जानते हैं, वे देख सकते हैं कि

कौन-सी शाखाएँ व्यावहारिक रूप से सम्भव (केवल सैद्धान्तिक रूप से नहीं) किसी विशेष प्रकार का चतुर्भुज बना सकती हैं।

*IQ3 : यह विद्यार्थियों के लिए रेखा सममिति **(line symmetry)** का अध्ययन करने का मौक़ा भी है और वे इन सभी चतुर्भुजों को सममित रेखा के होने व न होने के आधार पर वर्गीकृत कर सकते हैं।

*IQ4 : और वे जो अवतल **(concave)** और उत्तल **(convex)** चतुर्भुजों से खेलना चाहते हैं, हमारा सुझाव रहेगा कि वे स्ट्रॉ मॉडल से जाँच करें कि इनमें से कौन-से चतुर्भुज अवतल और कौन-से उत्तल हो सकते हैं। स्ट्रॉ मॉडल बनाने के निर्देश बॉक्स में दिए गए हैं।

ऊपर दिए गए किसी भी चौकोर का स्ट्रॉ मॉडल बनाने के लिए, लगभग बराबर लम्बाई के दो स्ट्रॉ लीजिए और उन्हें उस चतुर्भुज के गुणधर्म के अनुसार चार टुकड़ों में काट दीजिए।



चित्र-1

उदाहरण के लिए, चार असमान भुजाओं वाला कोई चौकोर बनाने के लिए : एक स्ट्रॉ को लगभग बराबर टुकड़ों में काट दीजिए, लेकिन बिल्कुल आधा भी नहीं, ताकि एक हिस्सा दूसरे हिस्से से थोड़ा-सा लम्बा हो – यह $b<c$ है। दूसरे स्ट्रॉ को ऐसे काटिए कि एक हिस्सा दूसरे हिस्से से काफ़ी लम्बा हो – यह $a<d$ है।

ऊपर बताए गए तरीक़े से काटने और स्ट्रॉ की लगभग बराबर लम्बाई $a<b<c<d$ सुनिश्चित करते हैं। अब इन्हें, स्टेपलर की मदद से, किसी भी क्रम में जोड़ लीजिए ताकि हमें उसके अनुसार चतुर्भुज मिल जाए। स्टेपल करने के दौरान, पिन का केवल एक दाँत ही स्ट्रॉ के अन्दर से गुज़रना

चाहिए जबकि दूसरा पूरी तरह से बाहर रहेगा। स्टेपल करने के बाद, सभी स्ट्रॉ आसानी से घूमने चाहिए जिससे कि उनके बीच कोणों की एक रेंज बन सके।

3. **ऊपर प्रस्तुत शाखाओं में से कौन-सी समद्विबाहु समलम्ब बना सकती हैं**?

शिक्षक के लिए :

विद्यार्थियों को समद्विबाहु समलम्ब की परिभाषा को ताज़ा करने की ज़रूरत हो सकती है – यूक्लिडियन ज्यामिति में, समद्विबाहु समलम्ब एक ऐसा उत्तल चतुर्भुज होता है जिसकी सममिति रेखा सम्मुख भुजाओं के किसी एक जोड़े को समद्विभाजित करती है। यह समलम्ब का एक विशेष प्रकार है। किसी भी समद्विबाहु समलम्ब में, दो सम्मुख भुजाएँ (आधार) समान्तर होती हैं और अन्य दो भुजाएँ बराबर माप की होती हैं (यह गुणधर्म समान्तर चतुर्भुज के समान है)। विकर्ण भी बराबर माप के होते हैं। एक समद्विबाहु समलम्ब के आधार कोण भी बराबर माप के होते हैं (दरअसल, बराबर आधार कोण के दो जोड़े होते हैं, जहाँ एक आधार कोण अन्य आधार के एक कोण का सम्पूरक कोण होता है)।

https://en.wikipedia.org/wiki/Isosceles_trapezoid

*IQ5 : गणित और ख़ासतौर पर ज्यामिति, समतुल्य स्तिथियों से भरा हुआ है, जैसा कि ऊपर दिए गए विस्तृत विवरण में देखा जा सकता है। समद्विबाहु समलम्ब विद्यार्थियों को ऐसी समतुल्य स्थितियों को जाँचने-परखने का मौक़ा देते हैं। एक नमूना प्रश्न – 'यदि किसी चतुर्भुज की सममिति रेखा सम्मुख भुजाओं को समद्विभाजित करती है, तो उस चतुर्भुज के अन्य गुणधर्म क्या होंगे?'

*IQ6 : इसका उल्टा तो और रोचक होगा। ऊपर दिए गए सवाल का उल्टा क्या है? एक समद्विबाहु समलम्ब को परिभाषित करने के लिए कम-से-कम किन शर्तों का उल्लेख करना ज़रूरी है?

वृक्ष-रेखाचित्र में, चार बराबर भुजाओं वाले चतुर्भुजों (समचतुर्भुज) और बराबर सम्मुख भुजाओं के दो युग्म वाले चतुर्भुजों (समान्तर चतुर्भुज) के अलावा, केवल पाँच प्रकार ही समद्विबाहु समलम्ब बना सकते हैं। वे हैं :

i. तीन भुजाएँ बराबर और अपेक्षाकृत लम्बी, b-b-b-a के रूप में प्रदर्शित

ii. तीन भुजाएँ बराबर और अपेक्षाकृत छोटी, a-a-a-b के रूप में प्रदर्शित

iii. केवल दो भुजाएँ बराबर व सम्मुख और सबसे छोटी,

a-b-a-c के रूप में प्रदर्शित

iv. केवल दो भुजाएँ बराबर व सम्मुख और मध्यम माप की, b-a-b-c के रूप में प्रदर्शित

v. केवल दो भुजाएँ बराबर व सम्मुख और सबसे लम्बी**,** c-a-c-b के रूप में प्रदर्शित सभी जगह हम यह संकेत इस्तेमाल करेंगे कि a<b<c

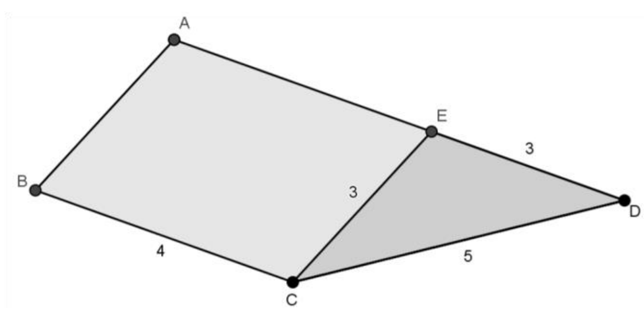
भाग दो : समान्तर चतुर्भुजों के ज़रिए समलम्बों तक बढ़ना

1. **मान लीजिए आपको एक समान्तर चतुर्भुज की दोनों आसन्न भुजाओं की माप दी गई है। अब आप कितने समान्तर चतुर्भुज बना सकते हैं**?
2. **मान लीजिए आपको एक समलम्ब की सभी चार भुजाओं की माप दी गई है**, **आप कितने समलम्ब बना सकते हैं**? **निम्नलिखित उदाहरण से जाँचिए।**

एक समलम्ब ABCD बनाइए जहाँ AB **= 3** सेमी**,** BC **=** 4 सेमी, CD **= 5** सेमी, AD = 7 सेमी। मान लीजिए, AD || BC.

सुराग़ :

ΔCDE बनाएँ जहाँ CD = 5 सेमी, CE = 3 सेमी और DE = 3 सेमी हों और DE को DA तक बढ़ाएँ जिसकी लम्बाई 7 सेमी हो। फिर **C** से, CB = 4 सेमी बनाएँ जो DA के समान्तर हो। ऐसे कितने समलम्ब हो सकते हैं?



चित्र-2 : समलम्ब चतुर्भुज जिसकी चारों भुजाएँ दी गई हैं

शिक्षक के लिए टिप्पणी :

ऐसे असंख्य समान्तर चतुर्भुज बनाए जा सकते हैं क्योंकि दी गई भुजाओं के बीच का कोण 0° और 90° के बीच कुछ भी हो सकता है। लेकिन, यदि चारों भुजाओं की लम्बाई दी गई

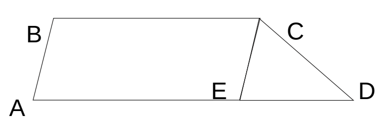
है और यह बता दिया गया है कि कौन-सी भुजाएँ समान्तर हैं, तब केवल एक समलम्ब ही इन शर्तों को पूरा करता है।

3. क्या आप एक चतुर्भुज ABCD **बना सकते हैं, उन्हीं भुजाओं के साथ जो** 2 **में दी गई हैं** (AB = 3, BC = 4, CD = 5, DA = 7) **लेकिन जहाँ** AB || CD **हो**? **अपने उत्तर का औचित्य सिद्ध कीजिए।**

शिक्षक के लिए टिप्पणी :

मान लीजिए यह सम्भव है। तो CD पर एक बिन्दु होगा **E,** कुछ इस तरह कि CE = AB = 3 सेमी और ED = 2 सेमी। AE को जोड़ें। अब AB || CD ⇒ AB || CE और AB = CE ⇒ ABCE एक समान्तर चतुर्भुज है ⇒ BC = AE = 4 सेमी। अब ΔADE में, AD = 7 सेमी < AE + ED = 4 सेमी + 2 सेमी **=** 6 सेमी**,** जो कि एक विरोधाभास है**!** तो इस स्थिति में समलम्ब बनाना असम्भव है।

4. तो अब इसका सामान्यीकरण करें : तर्क की सामान्यता को गँवाए बग़ैर (इस बात को कहने के लिए गणितज्ञ जिस मुहावरे का इस्तेमाल करते हैं – without loss of generality **जिसका मतलब होता है कि इस विशिष्ट प्रकरण के तर्क को सामान्य तौर पर लागू किया जा सकता है) एक समलम्ब** ABCD **की कल्पना कीजिए, कुछ इस तरह कि**
BC || AD **और** BC < AD (**ध्यान दें कि** BC = AD **का अर्थ तो होगा कि** ABCD **एक समान्तर चतुर्भुज है**)**। ऊपर 2 में बताए तरीक़े से समलम्ब** ABCD **का विभाजन समान्तर चतुर्भुज** ABCE **और** ΔCDE **में कीजिए।**



चित्र-3

A. यदि BA ≤ CD हो**,** तो तर्क की सामान्यता को गँवाए बग़ैर BC + CD के मुक़ाबले BA + AD कम**,** बराबर या ज़्यादा होगा**?**

B. यदि BC < AD, BA ≤ CD और BA + AD > BC + CD, तो क्या समलम्ब ABCD बनाना सम्भव है जहाँ BC || AD हो**?**

C. BC < AD, BA ≤ CD और BA + AD > BC + CD दिए गए हैं, तो क्या आप इससे एक समलम्ब बना सकते हैं जिसमें AB || CD हो?

D. आपको क्या लगता है, क्या होगा अगर AB + BC = CD + DA?

शिक्षक के लिए टिप्पणी :

ΔADE की भुजाओं के लिए, जहाँ AE = BC, त्रिभुज असमानता नियम का इस्तेमाल करते हुए और इस तथ्य का भी इस्तेमाल करते हुए कि ABCE एक समान्तर चतुर्भुज है, यह दर्शाया जा सकता है कि CD < BA + AD - BC ⇒ BA + AD > BC + CD । नोट कीजिए कि यह मामूली बात नहीं है क्योंकि AD > BC पर BA ≤ CD ।

इसका उल्टा भी सत्य है। BC || AD के लिए समलम्ब बनाया जा सकता है (2 में दिए गए सुराग़ का पालन करें) किन्तु AB || CD के लिए ऐसा नहीं हो सकता (3 के लिए दी गई शिक्षक टिप्पणी देखें)। तो BC < AD और BA ≤ CD के लिए BC || AD केवल तब ही होगा यदि BA + AD > BC + CD हो।

जब AB + BC = CD + DA, तब त्रिभुज असमानता नियम ΔADE को पिचकाकर CD रेखाखण्ड में बदल देती है जिससे समान्तर चतुर्भुज ABCE, रेखाखण्ड BC + CD में सिमट जाता है। और हमें मिलता है एक अपक्षयी (degenerate) समलम्ब जो एक रेखाखण्ड BD = BC + CD = BA + AD के रूप में पिचक चुका होता है।

भाग तीन : समद्विबाहु समलम्ब

1. **किसी भी समद्विबाहु समलम्ब पर विचार कीजिए। क्या वह चक्रीय है**?
2. **किसी भी चक्रीय समलम्ब पर विचार कीजिए। क्या वह समद्विबाहु है**?

शिक्षक के लिए टिप्पणी :

मान लीजिए ABCD एक समद्विबाहु समलम्ब है जहाँ BC || AD और BA = CD । तब ∠D = ∠A । [सुराग़ : इसे सिद्ध करने के लिए, समलम्ब को एक समान्तर चतुर्भुज और एक त्रिभुज में विभाजित कीजिए।]

मान लीजिए, तर्क की मान्यता गँवाए बग़ैर, BC < AD (BC = AD का अर्थ हुआ ABCD एक आयत है जो कि चक्रीय है)। तो $\angle A + \angle C = \angle D + \angle C = 180°$ चूँकि BC || AD । इसलिए $\angle B + \angle D = 360° - (\angle A + \angle C) = 180° \Rightarrow$ ABCD चक्रीय है।

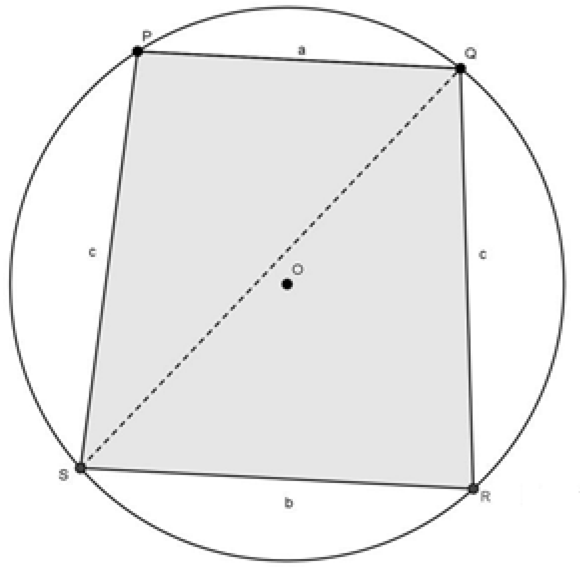
इसके बाद, अब मान लीजिए ABCD एक चक्रीय समलम्ब है, यानी कि BC || AD और $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180°$ । $\angle A + \angle C = 180° = \angle C + \angle D$ चूँकि BC || AD । तो $\angle A = \angle D \Rightarrow AB = CE = CD$, यानी कि ABCD समद्विबाहु है। [यह आख़िरी चरण ऊपर दिए गए उसी सुराग़ का इस्तेमाल कर सिद्ध किया जा सकता है।]
इसलिए, कोई समलम्ब केवल तब ही समद्विबाहु होगा जब वह चक्रीय होगा।

*IQ7 : यदि मैं एक समद्विबाहु समलम्ब बनाना चाहूँ तो मुझे कम-से-कम कितनी जानकारी की ज़रूरत होगी? नोट : ऐसी कई सम्भावनाएँ हैं, उदाहरण के लिए – (i) समान्तर भुजाएँ और उनके बीच की दूरी, (ii) समान्तर भुजाएँ और एक आधार कोण आदि। ऐसी ही ज़्यादा-से-ज़्यादा सम्भावनाएँ लिस्ट करने की कोशिश करें।

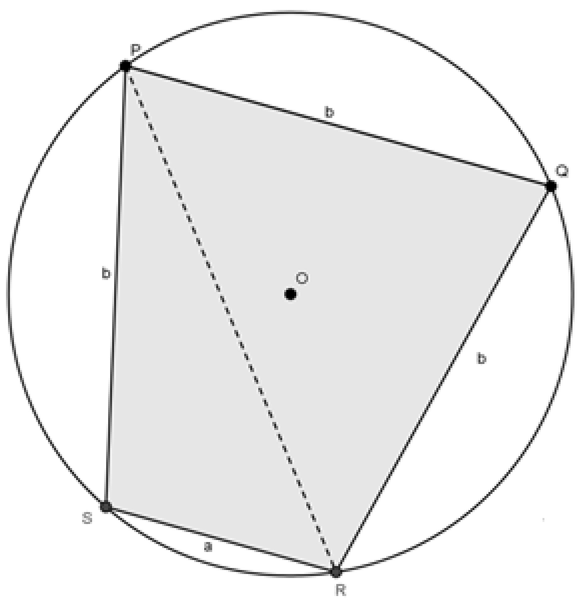
3. **एक समद्विबाहु समलम्ब** a-c-b-c **पर विचार कीजिए** (**याद रखिए कि** a<b<c)**। हमने अभी देखा कि यह चक्रीय होगा। क्या ऐसे समलम्ब को एक लघु वृत्तखण्ड में फ़िट कर सकते हैं**?
4. **पता कीजिए कि क्या समद्विबाहु समलम्ब** a-b-b-b **हमेशा दीर्घ वृत्तखण्ड में ही रहेगा।**

शिक्षक के लिए टिप्पणी :
ΔSQR (**चित्र**-4) में, $SR = b < QR = c \Rightarrow \angle SQR < \angle QSR \Rightarrow \angle SQR$ न्यून कोण (acute angle) है $\Rightarrow$ SPQR एक दीर्घ चाप (major arc) है।

ऐसा ही एक प्रमाण समलम्ब a-b-b-b (**चित्र-5**) के लिए बनाया जा सकता है।



चित्र-4 : समद्विबाहु समलम्ब a-c-b-c



चित्र-5 : समद्विबाहु समलम्ब a-b-b-b

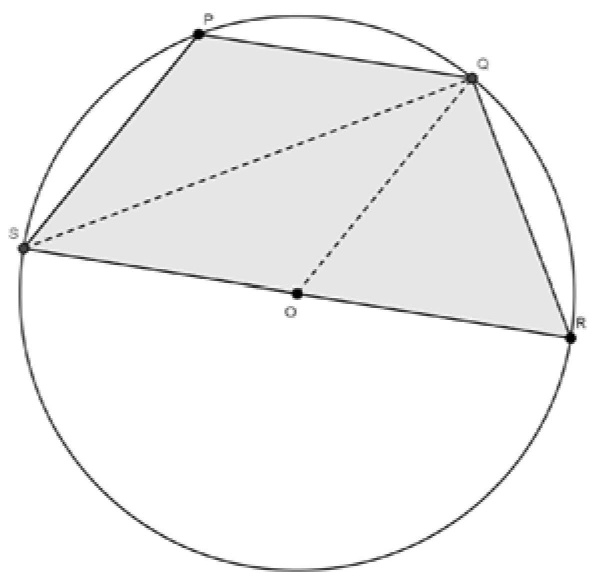
5. **समद्विबाहु समलम्ब** a-a-a-b **पर विचार कीजिए** (**याद रखिए कि** a < b)**।**
नोट कीजिए कि लेख की शुरुआत में उल्लिखित चतुर्भुज असमानता को सन्तुष्ट करने के लिए b < 3a होना चाहिए।

क. मान लीजिए इस समलम्ब की सबसे लम्बी भुजा व्यास पर है।
सिद्ध कीजिए कि b = 2a ।

ख. a और b के बीच के सम्बन्ध का पता लगाइए यदि यह चतुर्भुज निम्नानुसार फ़िट बैठता है

i. एक लघु वृत्तखण्ड में

ii. एक दीर्घ वृत्तखण्ड में



चित्र-6 : अर्ध-वृत्त में समद्विबाहु समलम्ब

शिक्षक के लिए टिप्पणी :

SP = PQ = QR = a

SR = b

$\angle PQS = \angle QSR = \theta$ (एकान्तर कोण होने के चलते)

$\angle PQS = \angle PSQ = \theta$ (समद्विबाहु त्रिभुज होने के चलते)

$\therefore \angle PSR = 2\theta$

$\angle SQR = 90°$ (अर्धवृत्त में कोण)

$\therefore \angle PQR = 90° + \theta = \angle QPS$

और $\angle PSR = \angle QRS = 90° - \theta = 2\theta$ (सम्पूरक कोण)

$\therefore 90° - \theta = 2\theta \Rightarrow \theta = 30°$

ΔQOR में, $\angle OQR = \angle QRO = 90° - \theta = 60°$

$\angle QOR = 2\theta = 60^o$

इसलिए ΔOQR समबाहु है और $\therefore QR = a = OR = b/2$

यदि PQRS लघु वृत्तखण्ड में फ़िट हो जाता है, तो $\angle SQR > 90°$ जिसका आशय है कि SP = PQ = QR (जो दिया गया है), के लिए S और R को कुछ और दूर होना चाहिए जिसके परिणामस्वरूप एक बड़ा परिवृत्त बनेगा $\Rightarrow b > 2a$ और इसी तरह यदि यह दीर्घ वृत्तखण्ड में फ़िट होता है, तो $b < 2a$ ।

ऐसे ही अन्वेषण बाक़ी के दो समद्विबाहु समलम्ब के लिए किए जा सकते हैं।

निष्कर्ष

हम उम्मीद करते हैं कि आपको खोजबीन करने और अपनी खोजों के बारे में लिखने में मज़ा आएगा। इन गतिविधियों को ***GeoGebra*** जैसे गतिशील ज्यामिति सॉफ्टवेयर पर ज़रूर ट्राय करें। पक्का है कि आप कुछ मज़ेदार खोज करेंगे। और उन्हें लिखना न भूलिएगा।

स्वाती सरकार स्कूल ऑफ़ कंटीन्यूइंग एजुकेशन एंड यूनिवर्सिटी रिसोर्स सेंटर, अज़ीम प्रेमजी यूनिवर्सिटी में वरिष्ठ व्याख्याता और स्रोत व्यक्ति हैं। उन्होंने इंडियन स्टैटिस्टिकल इंस्टिट्यूट से बी स्टैट-एम स्टैट और यूनिवर्सिटी ऑफ़ वॉशिंगटन, सीएटल से गणित में एमएस किया है। वे बच्चों व शिक्षकों के साथ, 5 वर्षों से भी अधिक समय से, गणित पर काम कर रही हैं। उन्हें कुछ भी करके देखना, ख़ासतौर पर ओरिगामी बेहद दिलचस्प लगता है। उनसे swati.sircar@apu.edu.in पर सम्पर्क किया जा सकता है।

स्नेहा टाइटस स्कूल ऑफ़ कंटीन्यूइंग एजुकेशन एंड यूनिवर्सिटी रिसोर्स सेंटर, अज़ीम प्रेमजी यूनिवर्सिटी में सहायक प्राध्यापक हैं। गणित की ख़ूबसूरती, तार्किकता और प्रासंगिकता साझा करना उनका जुनून है। स्नेहा ग्रामीण व शहरी स्कूलों के गणित के अध्यापकों को मेंटर करती हैं। सवाल हल करने के ज़रिए कौशल विकास और शैक्षणिक रणनीतियों से गणित सिखाने की कार्यशालाएँ संचालित करती हैं। उनसे sneha.titus@azimpremjifoundation.org पर सम्पर्क किया जा सकता है।

अनुवाद : अतुल वाधवानी **अनुवाद पुनरीक्षण :** सुशील जोशी
कॉपी-एडिटर : अनुज उपाध्याय (सभी एकलव्य फ़ाउण्डेशन) **सम्पादन :** राजेश उत्साही