Translation of ***Covering the Planes with Repeated Patterns – Part II*** : **Haneet Gandhi** From_Azim Premj University At Right Angles_July, 2014

किसी तल को दोहराते पैटर्न से ढँकना : भाग 2

अनन्त पैटर्न, अनन्त खूबसूरती

हनीत गाँधी

इस लेख के पहले भाग में हमने देखा था कि कैसे कुछ समबहुभुज एक-दूसरे में फ़िट होकर किसी तल को जो बिना खाली जगह छोड़े, बिना एक-दूसरे पर चढ़े, पूरी तरह ढँक देते हैं। ऐसे पैटर्न को टाइलिंग कहते हैं। हमने दिल्ली की ऐतिहासिक स्मारकों की सैर के दौरान कुछ सरल नियमों पर आधारित पेचीदा डिज़ाइन के कई सुन्दर उदाहरण देखे। मैंने उनका विवरण इस लेख के पहले भाग में किया है। इन्सान को यह पैटर्न प्राचीन काल से आकर्षित करते आए हैं। लगभग उस समय से जब मानव ने आश्रय बनाना शुरू किया होगा और पत्थरों को जोड़ने और पतियाँ बिछाने का तर्क सीखा होगा ताकि कोई खाली जगह न बचे। समय के साथ ऐसे प्रयासों ने कलाकृतियों का रूप ले लिया।

विभिन्न समाजों ने अपनी संस्कृति के विविध गुणों को दर्शाने के लिए टाइल्स और पैटर्नों का उपयोग किया है। रोमन और कुछ भूमध्यसागरीय लोग अपनी पच्चीकारी में इन्सानों की आकृतियाँ और कुदरती नज़ारे शामिल करते थे। अरब शिल्पियों का कलात्मक रुझान उनके द्वारा आकृतियों और रंगों का उपयोग पेचीदा ज्यामितीय डिज़ाइन में झलकता है (इसके उदाहरण लाल क़िला, जामा मस्जिद, कुतुब मीनार, चाँदनी चौक; ग्रनाडा, स्पेन में स्थित अलहमरा महल में देखे जा सकते हैं।)

इस भाग में हम देखेंगे कि कैसे नियमित पच्चीकरण में फेरबदल करके आसानी-से सुन्दर पैटर्न बना सकते हैं। इन दिलचस्प डिज़ाइन को बनाने के लिए हम सरल तकनीक अपनाएँगे, जैसे रंग भरना, शेडिंग करना। समबहुभुज में थोड़ी तब्दीली लाकर भी ऐसे डिज़ाइन बन सकते हैं। इस लेख में दिए गए उदाहरण बुनियादी डिज़ाइन हैं। इनके आधार पर विविध पैटर्न और डिज़ाइन बनाए जा सकते हैं। पाठक इनकी खोजबीन कर पाएँगे।

मुख्य शब्द : *पैटर्न, टेसेलेशन, टाइलिंग, सममिति, कला, वास्तुकला*

पच्चीकरण में फेरबदल करके कलाकृतियाँ बनाना

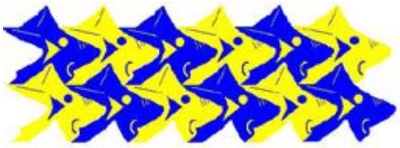
एक समान समबहुभुजों (समबाहु त्रिभुज, वर्ग और सम षट्कोण) की सर्वांगसम प्रतियों से बने नियमित पच्चीकरण को एक बार फिर देखते हैं। इन समबहुभुजों के गुणधर्मों और सममितियों की छानबीन करके हम इन्हें पुन:निर्मित कर पाएँगे और नए सिरे से गढ़कर ऐसे डिज़ाइन बना पाएँगे जो टाइलिंग करेंगे। हम देखेंगे कि टाइलिंग की कला और स्थापत्य में तकनीकी कुशलता और सृजनात्मक विचार, दोनों की ज़रूरत होती है।

सम चतुर्भुज में फेरबदल

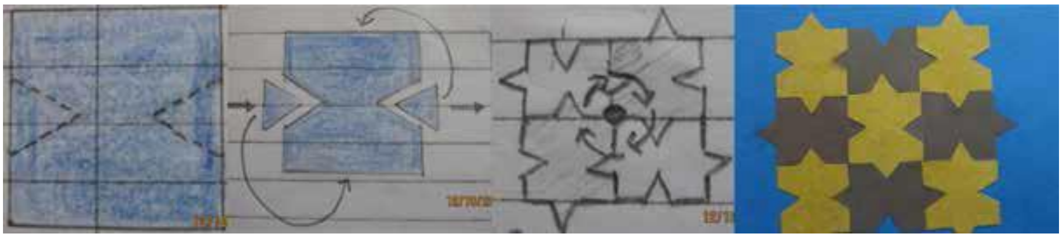
वर्ग से शुरुआत करते हैं। इस आकृति में कई सममितियाँ हैं जो हमें अनियमित पच्चीकरण इकाइयाँ बनाने की गुंजाइश देती हैं। वर्ग के कुछ मूल गुण हैं। हर वर्ग में (1) समान माप की दो भुजाएँ हैं जो एक-दूसरे के सम्मुख और समान्तर होती हैं, (2) संलग्न भुजाएँ समान माप की होती हैं, और (3) श्रेणी 4 की घूर्णन सममिति होती है। अपनी बुनियादी वर्गाकार टाइल में फेरबदल करने के लिए हम इन्हीं गुणों का प्रयोग करेंगे।

टाइल की लम्बाई से एक हिस्सा काटिए। इस हिस्से को टाइल की सम्मुख, समान्तर भुजा पर स्थानान्तरित कर दीजिए। डिज़ाइन को और अधिक दिलचस्प बनाने के लिए टाइल की चौड़ाई से एक हिस्सा काटिए और उसे सम्मुख भुजा पर स्थानान्तरित कीजिए। **चित्र-1(अ)-1(ब)** में दर्शाए गए पैटर्न वर्ग की स्थानान्तरण सममिति पर आधारित हैं।

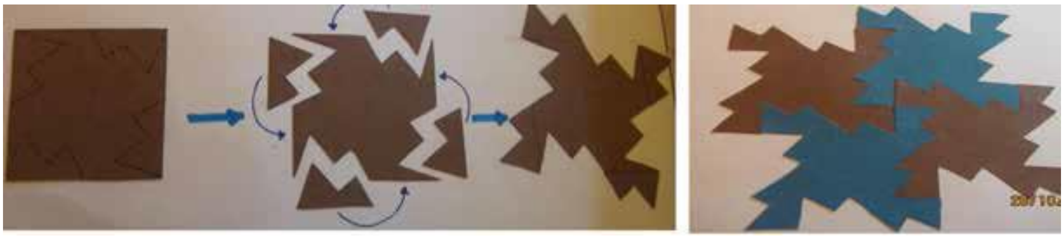
चित्र-1(अ) : स्थानान्तरण सममिति के आधार पर परिवर्तित आकृति टेसेलेट होती है। सृजनशील डिज़ाइन से सजाकर इसकी खूबसूरती बढ़ जाती है।



चित्र-1(ब) : वर्ग की संलग्न भुजाओं की जोड़ियों को लेकर डिज़ाइन बनाए जा सकते हैं। ऐसे डिज़ाइन मूल टाइल के समान श्रेणी 4 की घूर्णन सममिति दर्शाते हैं। ऐसे कुछ पैटर्न **चित्र-1(स)-1(इ)** में दर्शाए गए हैं।

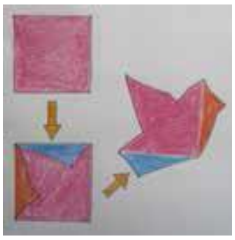


चित्र-1(स)



चित्र-1(द)

चित्र-1(इ)



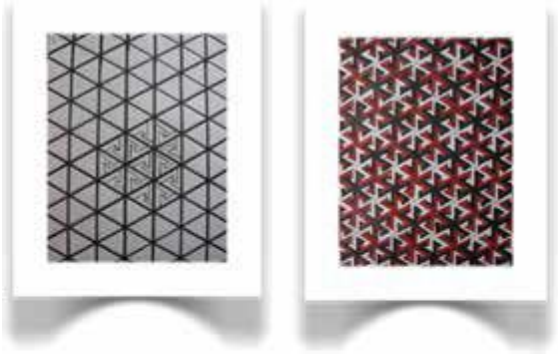
चित्र-1(फ)

चित्र-1(ग)

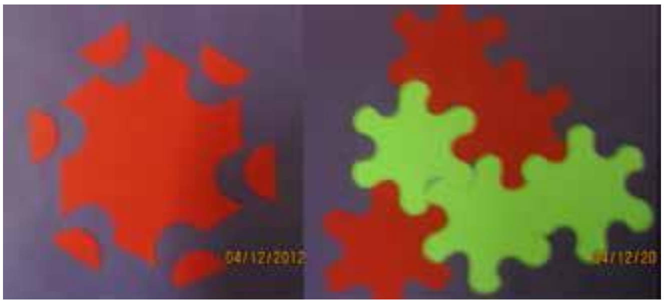
एक परिवर्तित वर्गाकार टाइल **चित्र-1(फ)** में कुछ कलात्मक रचना जोड़कर चिड़िया जैसा रोचक पैटर्न **चित्र-1(ग)** बन जाता है।

चित्र-2(अ)

चित्र-2(ब)



चित्र-2(स)



चित्र-3(अ)

सम त्रिभुज में फेरबदल

यूक्लिडियन पच्चीकारी का दूसरा सेट समबाहु त्रिभुज से बन सकता है। आइए, देखते हैं कैसे समबाहु त्रिभुज में फेरबदल कर सकते हैं **(चित्र-2(अ)-2(ब))**।

त्रिभुज के शीर्ष से लेकर भुजा के मध्यबिन्दु तक एक वक्र रेखा खींचिए। इस हिस्से को काटकर मध्यबिन्दु से आधा घुमा दीजिए। अब इस हिस्से को त्रिभुज के बाहर बची हुई आधी भुजा पर चिपका दीजिए। बाकी दो भुजाओं के साथ यह क्रिया दोहराइए। जो टाइल बनती है, उसे आप स्टेंसिल के रूप में इस्तेमाल करके और टाइल्स बना सकते हैं। इन टाइलों को जोड़कर आप

पच्चीकारी बना सकते हैं जिसमें वही घूर्णन सममिति होगी जो मूल टाइल में भी थी (पच्चीकारी पूरी सतह पर फैली होगी)।

सम षट्कोण में फेरबदल

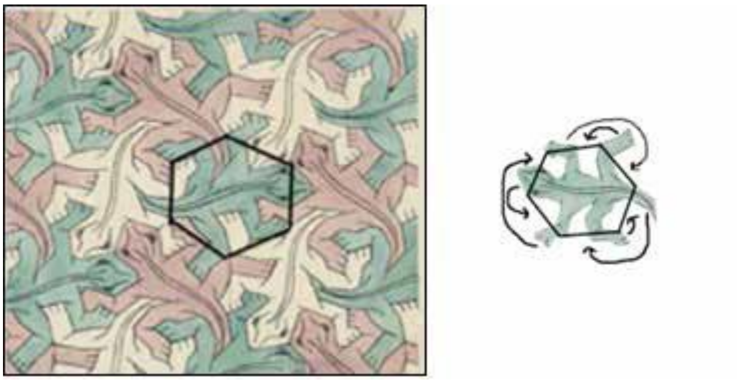
बराबर समान्तर भुजाओं की जोड़ियों से सम षट्कोण को परिवर्तित किया जा सकता है। **चित्र-3(अ)** को देखकर आप यह बदलाव खुद समझ जाएँगे।

टाइल का खुलासा (डीकोडिंग)

पच्चीकरण में एक रोचक अभ्यास यह होगा कि परिवर्तित टाइल का विश्लेषण करके हम उस मूल टाइल तक पहुँच सकते हैं जिसके फेरबदल से यह टाइल बनी होगी। ऐसा करने के लिए हमें ऊपर बताई गई विधि के विपरीत जाना होगा। **चित्र-4(अ)** को देखिए। यह टाइल दिल्ली के मेट्रो स्टेशन पर अक्सर नज़र आती है। इसमें किसी भी शीर्ष पर तीन टाइल आपस में जुड़ी होती हैं। यह सम षट्कोण के समान ही घूर्णन सममिति प्रस्तुत करती है। सम्मुख और समान्तर भुजाओं की जोड़ियों में कुछ आसान-से फेरबदल करके हम मनचाही आकृति बना सकते हैं।

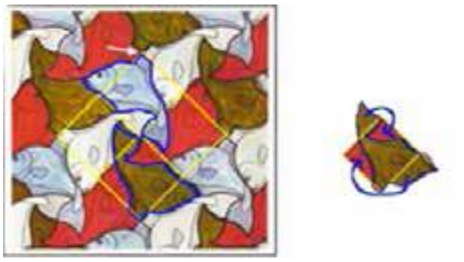
चित्र-4(अ)

चित्र-4(ब) थोड़ा मुश्किल है। हर शीर्ष पर 3 छिपकलियाँ जुड़ी हैं जो तीसरी क्षेणी की घूर्णन सममिति दर्शाती हैं। इस डिज़ाइन को सुलझाने के लिए अनियमित आकृति (छिपकली) को ट्रेस कीजिए और इसे सम्बन्धित समबहुभुज (इस मामले में षट्कोण) से घेर दीजिए। अब आपको पहचानना होगा कि किन हिस्सों को काटकर अलग किया गया था। इन्हें सरकाकर आपको वांछित आकृति मिल जाएगी। कोई हिस्सा न कम होगा, न ज़्यादा। अर्थात परिवर्तित टाइल और मूल टाइल का क्षेत्रफल समान है।



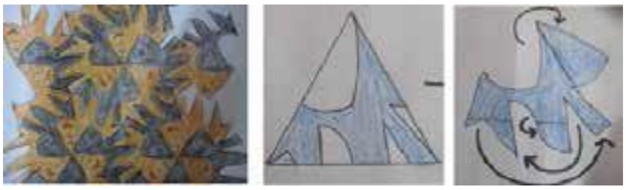
चित्र-4(ब)

चित्र-4(स) में हर शीर्ष पर 4 मछलियाँ जुड़ी हैं, जो श्रेणी 4 की घूर्णन सममिति दर्शाती हैं। लिहाज़ा, यह समझना आसान है कि इस डिज़ाइन की मूल आकृति वर्ग होगी।



चित्र-4(स)

चित्र-4(द) में दर्शाया गया टेसेलेशन समबाहु त्रिभुज से बनाया गया है। कलाकारी कितनी बेहतरीन है!



चित्र-4(द)

माथापच्ची :

क्या आप बूझ सकते हैं कि **चित्र-5(अ)-5(ब)** में दर्शाए गए टेसेलेशन किस मूल आकृति के फेरबदल से बने हैं? ये परिवर्तन मूल आकृति के कौन-से गुणों पर निर्भर हैं?

चित्र-5(अ)

चित्र-5(ब)

इसे समझने का सबसे बढ़िया तरीक़ा यह है कि दोहराती आकृति की रूपरेखा को ट्रेसिंग कागज़ पर ट्रेस कर लिया जाए। इस आकृति को काटकर समान डिज़ाइन की आकृति के ऊपर रखिए।

टेसेलेशन किस सममिति के आधार पर बनी है, इसका रहस्य खुल जाएगा। और सममिति जानने से मूल आकृति (और उस पर किए गए संशोधन) भी समझ आ जाएगी।

डॉ. हनीत गाँधी दिल्ली विश्वविद्यालय के शिक्षा विभाग में सहायक प्राध्यापक हैं। वे गणित शिक्षा और शिक्षा शोध में मात्रात्मक तकनीक जैसे विषय पढ़ाती हैं। उन्होंने आईआईटी दिल्ली से गणित में स्नातकोत्तर और लखनऊ विश्वविद्यालय से गणित शिक्षा में पीएचडी की है। उन्हें गणित के अध्यापन और सवाल सुलझाने सम्बन्धी शोध में रुचि है।

अनुवाद : भाविनी पन्त **पुनरीक्षण :** सुशील जोशी
कॉपी एडिटर : अभिषेक दुबे (सभी द्वारा एकलव्य फ़ाउण्डेशन) **सम्पादन :** राजेश उत्साही