

हैप्पी संख्याएँ (प्रसन्न संख्याएँ)

देव विनोद चन्दन और अधिराज पाटिल

मुख्य शब्द : हैप्पी नम्बर, पुनरावृत्ति, चक्र

इस छोटी-सी टिप्पणी में हम 'हैप्पी संख्याओं' की बात करेंगे। चूँकि यह संख्या के आंकिक निरूपण पर आधारित होगा, इसलिए शुरू में ही साफ़ कर दें कि संख्याओं का आधार क्या होगा। *आधार 10 होगा।*

पुनरावृत्ति – किसी भी धनात्मक संख्या से शुरूआत करें और इसके अंकों के वर्गों के योग की गणना करें। अब इस क्रिया से हासिल हुई संख्या के अंकों के साथ भी यही करें, फिर नई संख्या के लिए भी इसे दोहराएँ और इसकी पुनरावृत्ति करते रहें। (सम्पादक की टिप्पणी – पुनरावृत्ति (iteration) किसी क्रिया या कदम को बार-बार दोहराते जाना है। एक जानी-मानी पुनरावृत्ति युक्लिड के GCD एलगोरिद्म में उपयोग में लाई जाती है। इस पुनरावृत्ति को हम SSQ iteration (Sum of squares iteration) वर्गों का योग पुनरावृत्ति कहेंगे।)

उदाहरण के लिए हम 2375 से शुरूआत करते हैं। इनके अंकों के वर्गों का योग $2^2 + 3^2 + 7^2 + 5^2 = 87$ है। इस तरह प्राप्त संख्या के वर्गों का योग $8^2 + 7^2 = 64 + 49 = 113$ । इसे जारी रखें तो यह मिलेगा :

2375 → 87 → 113 → 11 → 2 → 4 → 16 → 37 → 58

→ 89 → 145 → 42 → 20 → 4 → 16 → 37 → 58

→ 89 → 145 → 42 → 20 → 4 → 16 → 37 → 58

→ →

इस पर गौर करें कि हम एक चक्र में फँस गए हैं, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37 संख्याओं का अनुक्रम बार-बार अनगिनत बार आता है। (आप देखें कि हम इसे चक्र क्यों कहते हैं; जबकि यह एक बन्द लूप है।)

अब हम एक दूसरी संख्या, मान लें कि 55 से शुरू करते हैं। उपर्युक्त तरीके से वर्गों के जोड़ करने पर हम जो शृंखला पाते हैं, वह है – 55, 50, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58,। हम फिर उसी तरह (89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58) के चक्र के बीच उलझ गए हैं? अन्य संख्याओं के साथ प्रयोग करने पर भी हम पाते हैं कि हम अक्सर इस चक्र में घिर जाते हैं।

हालाँकि, यही एकमात्र सम्भव परिणाम नहीं है। उदाहरणार्थ 49 से शुरू करें तो हम यह शृंखला पाएँगे – 49, 97, 130, 10, 1,1,1,1,1,1,1,1,1, । अब गौर करें कि क्या हुआ? किसी पड़ाव पर SSQ मूल्य 1 प्राप्त हुआ जो पुनरावृत्ति की क्रिया को दोहराने पर भी, जाहिर है कि, 1 ही रहेगा। यहाँ एक और संख्या लेते हैं, जो इसी तरह का परिणाम देती है। 193 से शुरू करें, इससे यह मिलता है – 193, 91, 82, 68, 100, 1, 1, 1,1,1,1,1, 1, ।

इस बिन्दु पर हम पूछते हैं : किन संख्याओं से शुरू करने पर हम 1 पर अटक जाते हैं ?

अन्तराल	इस अन्तराल की हैप्पी संख्याएँ
1-100	1, 7, 10, 13, 19, 23, 28, 31, 32, 44, 49, 68, 70, 79, 82, 86, 91, 94, 97, 100
101-200	103, 109, 129, 130, 133, 139, 167, 176, 188, 190, 192, 193
201-300	203, 208, 219, 226, 230, 236, 239, 262, 263, 280, 291, 293
301-400	301, 302, 310, 313, 319, 320, 326, 329, 331, 338, 356, 362, 365, 367, 368, 376, 379, 383, 386, 391, 392, 397
401-500	404, 409, 440, 446, 464, 469, 478, 487, 490, 496
501-600	536, 556, 563, 565, 566
601-700	608, 617, 622, 623, 632, 635, 637, 638, 644, 649, 653, 655, 656, 665, 671, 673, 680, 683, 694, 700
701-800	709, 716, 736, 739, 748, 761, 763, 784, 790, 793
801-900	802, 806, 818, 820, 833, 836, 847, 860, 863, 874, 881, 888, 899
901-1000	901, 904, 907, 910, 912, 913, 921, 923, 931, 932, 937, 940, 946, 964, 970, 973, 989, 998, 1000

1 से 1000 तक हैप्पी संख्याओं की सूची

वे संख्याएँ, जिनमें यह गुण हो कि यदि हम उस संख्या पर SSQ पुनरावृत्ति की क्रिया करें तो अन्ततः 1 पर अटक जाएँ, *हैप्पी संख्याएँ* कहलाती हैं।

क्या हैप्पी संख्या को प्राप्त करने का कोई सूत्र है? नहीं, ऐसा लगता तो नहीं है।

ऊपर दी गई तालिका में 1 से लेकर 1000 के बीच की सभी संख्याएँ दी गई हैं। हमने बिना किसी सूत्र के संख्याओं के साथ वास्तव में गणना करके ये संख्याएँ प्राप्त की हैं। 301 से 400, 601 से 700 और 901 से 1000 के बीच की हैप्पी संख्याओं का बड़ी तादाद पर गौर करें। 501 और 600 के बीच के हैप्पी संख्याओं की कम तादाद पर गौर करें। विविधता काफ़ी पेचीदा नज़र आती है।

लेखक **देव विनोद चन्दन** फिलहाल बिल्लाबॉग उच्च विद्यालय, माहिम, मुम्बई की दसवीं कक्षा में पढ़ रहे हैं। इन्होंने चिन्मय आश्रम, पुणे में विनय नायर के वैदिक गणित कैम्प में हैप्पी संख्याओं पर काम किया। वे अपने माता-पिता और छोटे भाई के साथ रहते हैं। इन्हें क्रिकेट, टेबल टेनिस और फुटबॉल में रुचि है। ये योग के उत्साही विद्यार्थी हैं। इनसे devvchandand@gmail.com पर सम्पर्क किया जा सकता है।

अधिराज पाटिल SAS बिल्लाबॉग उच्च विद्यालय माहिम, मुम्बई के विद्यार्थी हैं। हम इनका फोटो और जीवन-वृत्त नहीं प्राप्त कर सके।

सम्पादकीय टिप्पणी

यह आलेख विनय नायर द्वारा SAS बिल्लाबॉग उच्च विद्यालय में आयोजित कार्यशाला के परिणामस्वरूप तैयार हुआ। देव चन्दन और अधिराज पाटिल को हैप्पी संख्याओं की अवधारणा पर अन्वेषण के लिए कहा गया। प्रोजेक्ट को 2-3 दिन में पूरा होना था। साथ ही अन्वेषकों को हाथ से गणना करनी थी, किसी भी तरह के कैलकुलेटर, सेलफोन या कम्प्यूटर एप्लीकेशन को उपयोग में नहीं लाना था। इसलिए इन्होंने संख्याओं को आपस में बाँट लिया और उन पर काम किया। और सभी संख्याओं की हाथ से गणना, पुनर्गणना की। यह आलेख उसी का परिणाम है।

अनुवाद : मनोज कुमार झा **पुनरीक्षण :** सुशील जोशी

कॉपी एडिटर : अनुज उपाध्याय (सभी द्वारा एकलव्य फ़ाउण्डेशन)

सम्पादन : राजेश उत्साही